第 4 講　事象と確率

PART1　場合の数と確率

1　りんご 2 個，みかん 3 個，桃 1 個の合計 6 個の果物について，次の問いに答えよ。ただし，同じ果物は区別がつかないものとする。

(1)　6 個の果物から 4 個を選び，1 列に並べる方法は何通りあるか。

(2)　6 個の果物から 4 個を選んで 1 列に並べるとき，りんごが隣り合って並ぶ確率を求めよ。

Point Pickup

全事象 U の根元事象が同様に確からしいとき，事象 A の確率 $P(A)$ は

$$P(A)=\frac{n(A)}{n(U)}=\frac{\text{事象}A\text{の起こる場合の数}}{\text{起こりうるすべての場合の数}}$$

根元事象が同様に確からしいものとするために，同じものでも区別して扱うとよい。

第４講　PART1　確認問題

赤色のカードが３枚，青色のカードが２枚，白色のカードが２枚，合計７枚ある。

1　７枚のカードから４枚選び，１列に並べる方法は何通りあるか。

[アイ] 通り

2　７枚のカードから４枚選んで１列に並べるとき，青色のカードが隣り合って並ぶ確率を求めよ。

$\dfrac{\boxed{ウ}}{\boxed{エ}}$

第 4 講　事象と確率

PART1　場合の数と確率

1　りんご 2 個，みかん 3 個，桃 1 個の合計 6 個の果物について，次の問いに答えよ。ただし，同じ果物は区別がつかないものとする。

(1)　6 個の果物から 4 個を選び，1 列に並べる方法は何通りあるか。

(2)　6 個の果物から 4 個を選んで 1 列に並べるとき，りんごが隣り合って並ぶ確率を求めよ。

(1)　(i)　同じ果物を 3 個含む場合

みかん 3 個と，りんご 1 個または桃 1 個を選ぶ場合で，その順列の総数は

$$2\times\frac{4!}{3!}=8 \text{（通り）}$$

(ii)　同じ果物 2 個を 2 組含む場合

りんご 2 個，みかん 2 個を選ぶ場合で，その順列の総数は　$\dfrac{4!}{2!2!}=6$（通り）

(iii)　同じ果物 2 個を 1 組のみ含む場合

2 個使う果物をりんご，みかんのいずれかとし，選ばなかった方の果物 1 個と，桃 1 個を加えた 4 個の果物の順列の総数は

$$\frac{4!}{2!}=12 \text{（通り）}$$

よって，この場合の順列の総数は　$2\times12=24$（通り）

(i)～(iii)より，求める順列の総数は　$8+6+24=38$（通り）

(2)　2 個のりんごを a_1，a_2，3 個のみかんを b_1，b_2，b_3，桃を c とし，すべて区別して考える。

これら 6 個の果物から 4 個を選んで 1 列に並べる方法は ${}_6\mathrm{P}_4$ 通り

りんごが隣り合うためには，a_1，a_2 を 4 個の中に含む必要がある。

a_1，a_2 を選ぶとき，残り b_1，b_2，b_3，c の 4 個の中から 2 個を選ぶ方法が ${}_4\mathrm{C}_2$ 通り

選んだ 4 個を，a_1，a_2 が隣り合うように並べる方法について

a_1，a_2 を 1 組として並べる方法が $3!$ 通り

a_1，a_2 の並べ方は $2!$ 通り

したがって，求める確率は　$\dfrac{{}_4\mathrm{C}_2\times3!\times2!}{{}_6\mathrm{P}_4}=\dfrac{4\cdot3\times3\cdot2\cdot1\times2\cdot1}{2\cdot1\times6\cdot5\cdot4\cdot3}=\dfrac{1}{5}$

第４講　PART1　確認問題 解答

1

[正解] アイ：62

[解説]

(i)　同じ色を３枚含む場合　□□□○

赤３枚と，青１枚または白１枚を選ぶから選び方は

２通り

それぞれについて並べ方は　$\dfrac{4!}{3!}=4$（通り）[A]

よって，この場合の並べ方は　$2\times4=8$（通り）

(ii)　同じ色２枚を２組含む場合　□□○○

赤，青，白から２色を選ぶから色の選び方は

$_3C_2=3$（通り）

それぞれについて並べ方は　$\dfrac{4!}{2!2!}=6$（通り）

よって，この場合の並べ方は　$3\times6=18$（通り）

(iii)　同じ色２枚を１組のみ含む場合　□□○△

赤，青，白から２枚使うものを１色選び，残り２色とも使うから色の選び方は　$_3C_1=3$（通り）

それぞれについて並べ方は　$\dfrac{4!}{2!}=12$（通り）

よって，この場合の並べ方は　$3\times12=36$（通り）

(i)～(iii)より，求める並べ方の総数は

$8+18+36=$ **62**（通り）

[A]　同じものを含む順列
n 個のもののうち，p 個，q 個，r 個，……がそれぞれ同じものであるとき，これら n 個のものすべてを１列に並べる順列の総数は

$$\frac{n!}{p!q!r!\cdots\cdots}$$

ただし　$p+q+r+\cdots\cdots=n$

2 [正解] ウ：1，エ：7

[解説]

赤 3 枚を A_1，A_2，A_3，青 2 枚を B_1，B_2，白 2 枚を C_1，C_2 とし，すべて区別して考える。[B]

これら 7 枚から 4 枚を選んで 1 列に並べる方法は

$_7P_4$ 通り

青が隣り合うためには，B_1，B_2 を 4 枚の中に含む必要がある。

B_1，B_2 を選ぶとき，残り A_1，A_2，A_3，C_1，C_2 の 5 枚の中から 2 枚を選ぶ方法が　$_5C_2$ 通り

選んだ 4 枚を，B_1，B_2 が隣り合うように並べる方法について

B_1，B_2 を 1 組として並べる方法が　$3!$ 通り

B_1，B_2 の並べ方は　$2!$ 通り

したがって，求める確率は

$$\frac{_5C_2\times3!\times2!}{_7P_4}=\frac{5\cdot4\times3\cdot2\cdot1\times2\cdot1}{2\cdot1\times7\cdot6\cdot5\cdot4}=\mathbf{\frac{1}{7}}$$

[B]　全事象 U の根元事象が同様に確からしいとき，事象 A の確率 $P(A)$ は

$$P(A)=\frac{n(A)}{n(U)}$$
$$=\frac{(\text{事象}A\text{の起こる場合の数})}{(\text{起こりうるすべての場合の数})}$$

根元事象が同様に確からしいものとするため，同じものでも区別するとよい。